PS2315 Trimestre Oct-Feb 2013-4
Tarea 5-6

Fecha de entrega: Martes 21 de enero, 11:30 am. al entrar a clase.

i) Nota: Este trimestre no se aceptarán, bajo ninguna circunstancia, tareas fuera del período especificado para su entrega.

Problem 1 *Una planta P de tiempo continuo está descrita por*

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 & 0 & 0.00484 \\ 0 & 0.905 & 0 & -0.0952 \\ 0 & 0 & 0.299 & 0.563 \\ 0 & 0 & -0.181 & 0.819 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.00484 \\ 0.0952 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\
y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)
\end{aligned}$$

1. *Determine si el sistema es controlable*
2. *Determine si el sistema es estabilizable*
3. *Determine si el sistema es observable*
4. *Determine si el sistema es detectable*
5. *Determine la dimensión de cada uno de los siguientes subsistemas y sus respectivos polos:* $P_{co}, P_{c\bar{o}}, P_{\bar{c}o}, P_{\overline{co}}$
6. *Sin calcular el operador de impulso del sistema ,* $\widehat{h}(\sigma)$*, determine los polos de esta.*

Problem 2 *Un sistema P está descrito por*

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \beta \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.00484 \\ 0.0952 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) \\
y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k)
\end{aligned}$$

1. *Detetermine los valores de $\alpha, \beta \in R$ tal que el sistema P sea observable.*
2. *Detetermine los valores de $\alpha, \beta \in R$ tal que el sistema P sea asintóticamente estable.*

Problem 3 *De un ejemplo de un sistema P lineal, invariante en el tiempo y de tiempo discreto tal que sea:*

1. *Controlable y observable*
2. *Controlable y no observable*
3. *No controlable y observable*
4. *No controlable y no observable*
5. *No controlable y estabilizable*
6. *No controlable y no estabilizable*
7. *No observable y detectable*
8. *No observable y no detectable*

Problem 4 *Un sistema de tiempo continuo P está descrito por*

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \\ \beta & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

Encuentre los valores de $\beta \in R$ tales que:

1. *el sistema es controlable*
2. *el sistema es observable*
3. *el sistema sea asintótcamente estable.*

Problem 5 *(Sobre controlabilidad) Un sistema P de tiempo discreto está representado en variables de estados por*

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

1. *¿Es este sistema controlable?*
2. *Suponga que*
$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
¿Puede este sistema ser conducido desde $x(0)$ hasta $x_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ cualquiera en un paso? y de ser así, ¿cuánto debe valer $u(0)$?
3. *Repita la parte anterior para $x(0) = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$*
4. *Determine la condición (relación) que debe cumplir un estado inicial cualquiera $x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix}$ para que el sistema sea conducido desde $x(0)$ hasta el estado $x(1) = x_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.*
5. *Sea $x(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix}$, determine $u(0), u(1)$ tal que $x(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$*

Problem 6 *Sea P un sistema de tiempo discreto dado por*

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

Encuentre la señal de control $u(k)$ que conducirá al sistema P desde ***cualquier estado inicial*** *$x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix}$ hasta $x(2) = x_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. (Halle $u(0, u(1))$ en términos de $x_1(0), x_2(0)$)*

Problem 7 *El movimiento longitudinal de un helicóptero P está descrito por*

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} -0.4 & 0 & -0.01 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1.4 & 9.8 & -0.02 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 6.3 \\ 0 \\ 9.8 \end{bmatrix} x(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

1. *Usando Xcos de Scilab, implemente el sistema anterior empleando solo integradores, ganancias y sumadores.*

2. *Usando el resultado de la parte anterior grafique cada una de las componentes del estado* $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ *y la respuesta de salida del sistema* $y(t)$ *cuando* $x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \\ -0.1 \end{bmatrix}$ *y la entrada es un escalón de magnitud 2, esto es,* $u(t) = 2esc(t)$.

3. *Aplicando el criterio de Routh-Hurwitz, determine si el sistema es estable. (Compare con la respuesta de parte anterior).*

4. *Sea desea estabilizar el sistema empleando una ley de control* $u(t)$ *mediante realimentación lineal de las variables de estados*

$$\begin{aligned} u(t) &= r(t) - Kx(t) \\ &= r(t) - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

tal que el sistema compensado o a lazo cerrado tenga los siguientes polos

$$polos^{des}(P_{com}) = \{-3. -2+j, -2-j\}$$

Determine la matriz de ganancia K *que logra tal objetivo. (Muestre cada uno de los pasos realizados)*

5. *Usando (1) y (4), implemente en Xcos de Scilab el sistema compensado y repita (2). Comente sus resultados.*

6. *Diseñe un observador de estados de* P *descrito por*

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\widehat{x}(t) &= A\widehat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\widehat{x}(t)] \\ \widehat{x}(0) &\in R^3(arbitrario) \end{aligned}$$

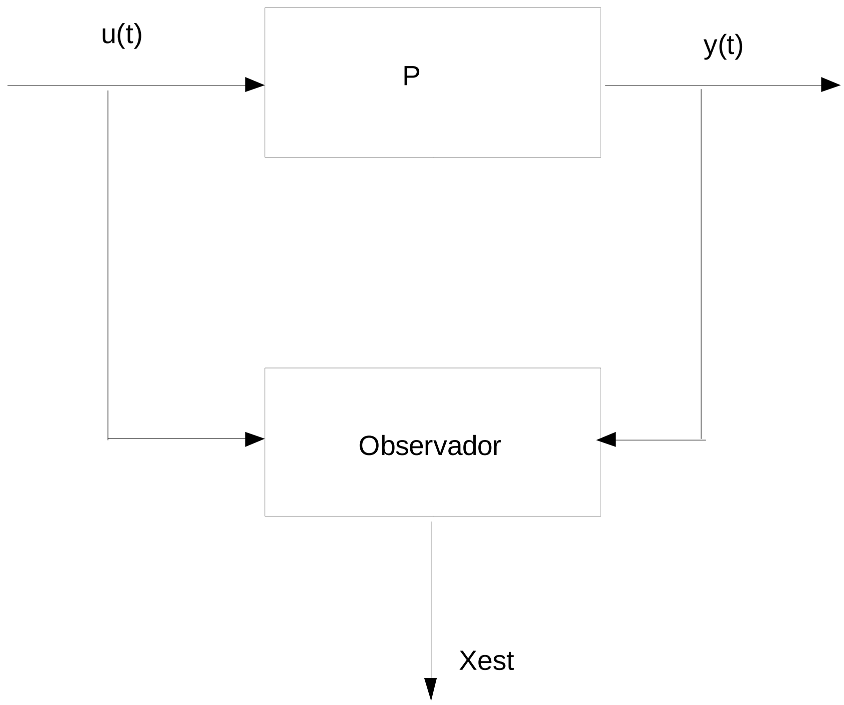
tal que los polos del observador estén cinco veces mas alejados del eje $j\omega$ *y en el semiplano izquierdo que los polos de la planta* P.

7. *Usando el diagrama de simulación de* P *obtenido en* (1), *implemente el observador de estados diseñado en (6) de acuerdo al diagrama mostrado en la figura (7) donde* $Xest(t) = \widehat{x}(t)$, *cuando* $\widehat{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}^{Tr}$.

   Grafique en un mismo diagrama a x_i *y* $\widehat{x}_i$, $i = 1, 2, 3$ *(son tres gráficos donde aparece una componente del estado y su estimado segun el observados de estados diseñado) cuando*

$$u(t) = 2esc(t)$$

8. *Empleando el diagrama anterior (planta+ observador) implemente la ley de control* $u(t) = r(t) - K\widehat{x}(t)$, *donde* K *es la matriz de ganancias obtenida en (2) cuando asumió que el estado* $x(t)$ *era accesible. El resultado será sistema compensado = Planta + Observador + r.l.v.e, y grafique la respuesta al escalon* ($r(t) = esc(t)$) *del sistema compensado,* $y(t)$ *cuando* $x(0) = x_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}^{Tr}$, *y* $\widehat{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}^{Tr}$.


u(t)
P
y(t)
Observador
Xest